Temporal Reasoning in Nested Temporal Networks with Alternatives

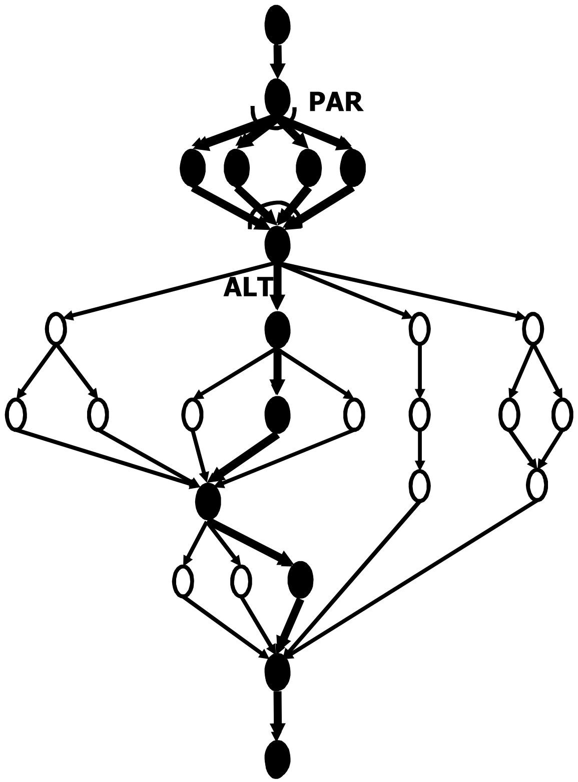
Roman Barták, Ondřej Čepek, Martin Hejna

Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta

`roman.bartak@mff.cuni.cz`
`http://ktiml.mff.cuni.cz/~bartak`

Na úvod

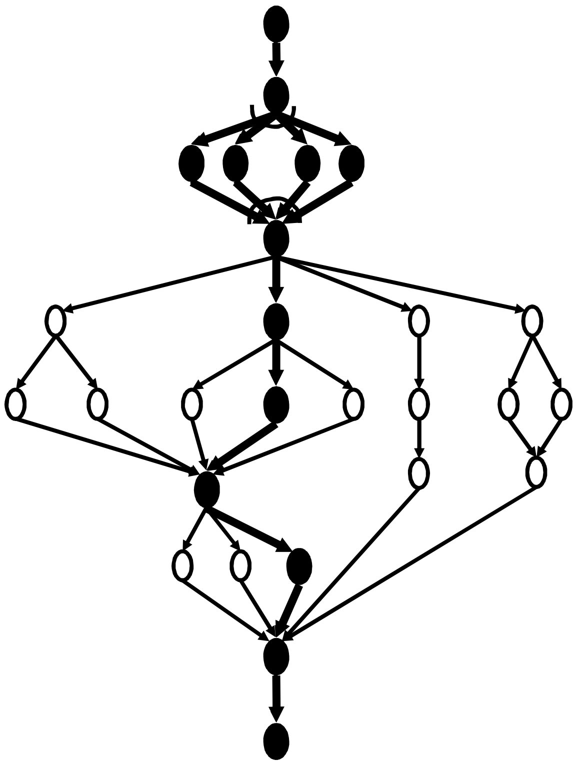
- **Temporální síť s alternativami** (TNA) je orientovaný graf se speciálním tvarem logických závislostí mezi uzly – **relace větvení**.



  - Proces se může rozdělit na **paralelní větve**, tj. uzly paralelních větví budou zpracovány paralelně (všechny uzly z větví musí být přítomny v řešení).
  - Proces může také volit mezi **alternativními větvemi**, tj. zpracují se uzly právě jedné větve (pouze uzly z vybrané větve budou přítomny v řešení).
  - Otázkou je, **které uzly jsou validní** v řešení (jsou přítomny ve vybraném pod-grafu, který splňuje logické i temporální podmínky).

Složitost problému

- Pokud není žádný uzel validní (všechny uzly jsou z grafu odstraněny), potom máme **triviální řešení**, které splňuje všechny podmínky.

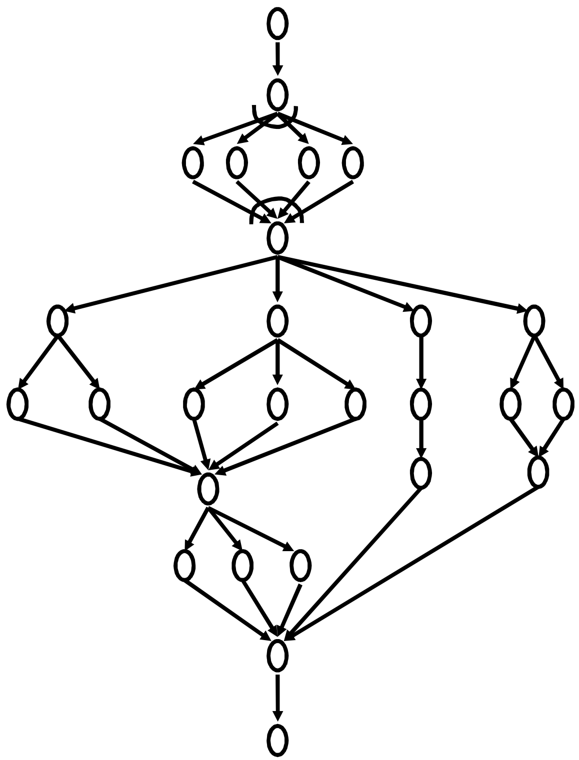


- Předpokládejme, že nějaký **vybraný uzel musí být validní**, tj. musí být přítomen ve finální síti.
  - na příklad je potřeba splnit danou objednávku

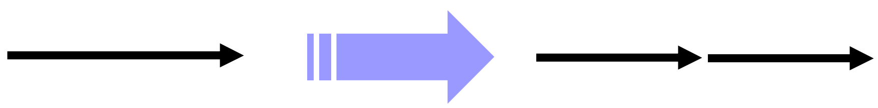
- Je těžké zjistit, zda lze **vybrat pod-graf, který splňuje větvící podmínky**?
  - Je možné vybrat proces, který splní danou objednávku?
  - Problém je **NP-úplný**!!! [Znalosti 2007].

Reálné procesy

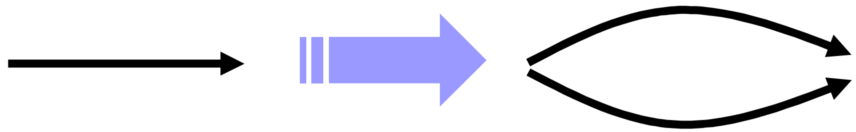
- Reálné výrobní procesy mají často velmi **specifickou strukturu**.



- Procesní síť často vzniká postupnou **dekompozicí** „meta-procesů“ na specifické pod-procesy/operace:
  - **sériová dekompozice**

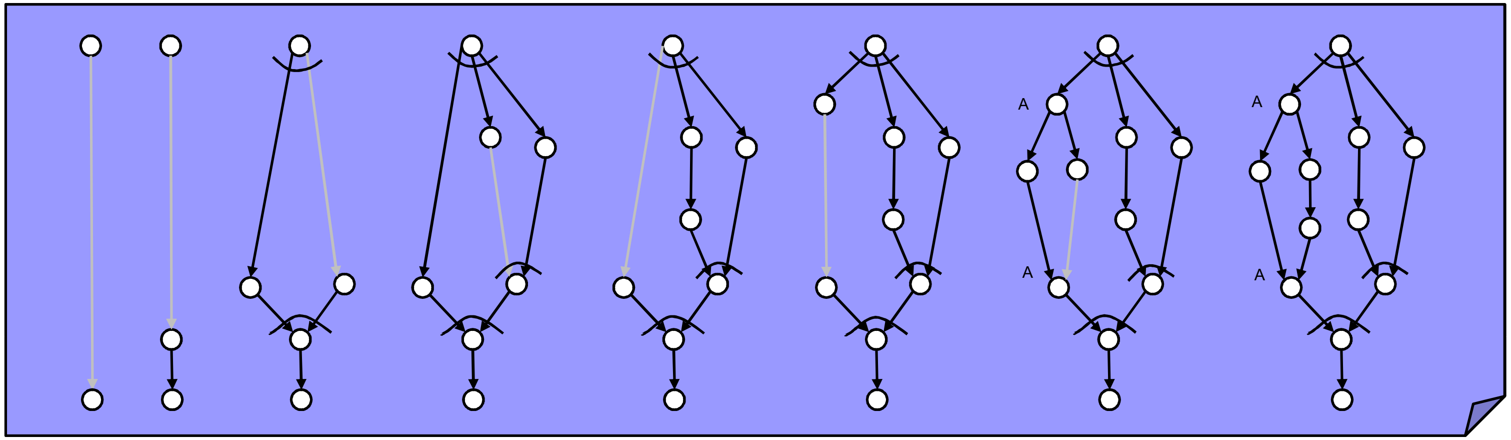


  - **paralelní/alternativní dekompozice**



Zahnízděné grafy

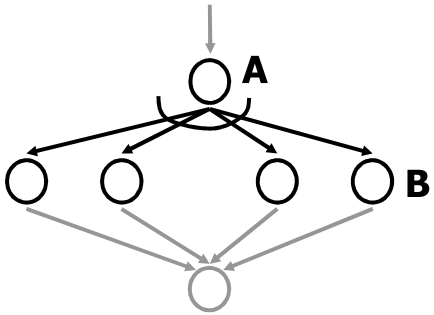
- grafy zkonstruované z jedné hrany postupnou aplikací následující **dekompoziční operace**:

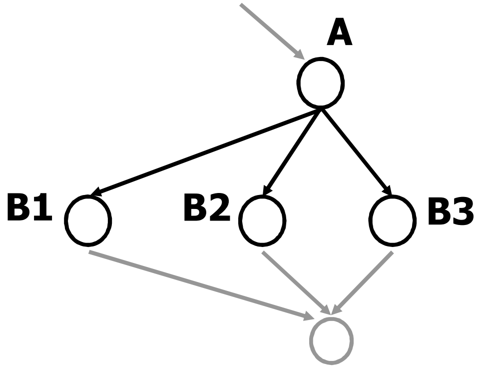


- **Vlastnosti:**
  - jedná se o temporální síť s alternativami
  - zahnízděné grafy lze algoritmicky rozpoznat
  - problém výběru validních uzlů je polynomiálně řešitelný

Logické relace

- Problém výběru validních uzlů lze popsat jako **problém splňování omezujících podmínek.**





  - každý **uzel** A je popsán proměnou V_A s doménou {0,1}
  - každá hrana (A,B) z **paralelního větvení** definuje podmínku $V_A = V_B$
  - nechť (A,B1),…, (A,Bk) jsou všechny hrany nějakého **alternativního větvení**, potom lze definovat podmínku $V_A = \Sigma_{i=1,\dots,k} V_{Bi}$

- Popsaný základní model **nedosahuje globální konzistence** (A = 1, A = B+C, D = B+C $\not\Rightarrow$ D = 1), ale pro zahnízděné sítě lze získat globální konzistenci.

Logické relace

- Problém výběru validních uzlů lze popsat jako **problém splňování omezujících podmínek.**

Problém splňování omezujících podmínek (CSP)

- proměnné
- domény (množiny možných hodnot pro proměnné)
- podmínky (relace mezi proměnnými)

Řešením CSP je přiřazení hodnot do proměnných, které splňuje všechny podmínky.

Základní řešící technika je kombinací

- **prohledávání** (např. postupné zkoušení hodnot)
- **inference**

  polynomiální odvození dodatečné informace, typicky odfiltrování hodnot, které nesplňují nějakou podmínku

  Příklad: proměnné A,B s doménami {1,2,3,4}, A<B

  hodnotu 4 lze vyřadit z domény A

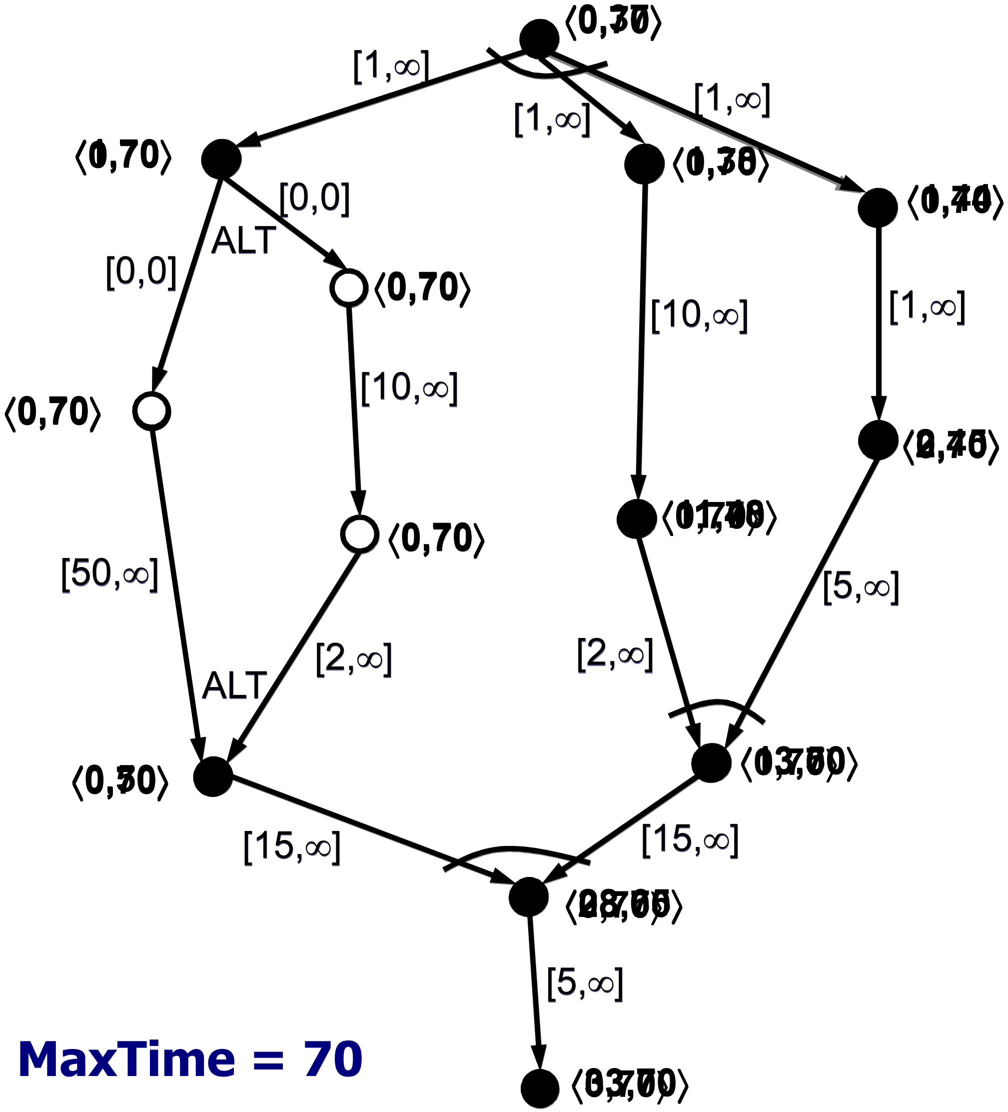
  hodnotu 1 lze vyřadit z domény B

Temporální relace

- Zatím jsme předpokládali, že hrana v grafu představuje **precedenci** (jeden uzel předchází před druhým).
- Každou hranu (X,Y) můžeme také označit **jednoduchou temporální podmínkou** [a,b] s významem $\mathbf{a} \leq \mathbf{Y\text{-}X} \leq \mathbf{b}$.
  - **(Zahnízděné) Temporální sítě s alternativami**
- Základní CSP model:
  - každý **uzel** A je popsán **temporální proměnnou** T_A s doménou $\langle 0, MaxTime \rangle$, kde MaxTime je uživatelem zadaná konstanta.
  - Temporální relace [a,b] mezi uzly X a Y musí platit pokud jsou oba uzly validní!

    $$V_X * V_Y * (T_X + a) \leq T_Y \;\wedge\; V_X * V_Y * (T_Y - b) \leq T_X.$$

  Poznámky:
  - $V_X = 0 \vee V_Y = 0 \rightarrow 0 \leq T_Y \;\wedge\; 0 \leq T_X$
  - $V_X = V_Y = 1 \rightarrow (T_X + a) \leq T_Y \;\wedge\; (T_Y - b) \leq T_X.$
  - Zmíněné temporální podmínky neuvažují typ větvení!



MaxTime = 70

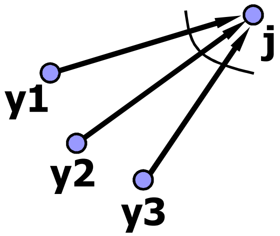
- Základní model opět nedosahuje globální konzistence!
  - Nejlevnější uzel nemůže být validní kvůli temporálním podmínkám.
- Sílu filtrace ale můžeme zvýšit následujícími způsoby:
  - temporální podmínky budou vždy filtrovat,
  - budeme integrovat logické a temporální uvažování.

Temporální filtrace

Silnější filtrace je založena na dvou myšlenkách:

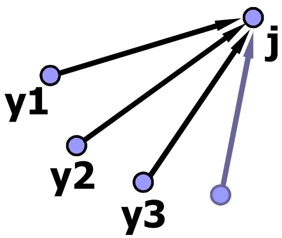
- **vždy filtrujeme** temporální podmínku (dokud nějaká doména nebude prázdná)
- při temporální filtraci **uvažujeme typ větvení**

- Propagace „po proudu" (proti proudu obdobně)
  - **paralelní větvení**



- $d(t_j) \leftarrow d(t_j) \cap \cap_{i=1,\dots,k}\{\, (d(t_{yi}) + \langle a_{yi,x}, b_{yi,x}\rangle) \,\}$ je-li neprázdné
- $d(v_j) \leftarrow d(v_j) \cap \{0\}$ pokud se doména temporální prom. vyprázdní

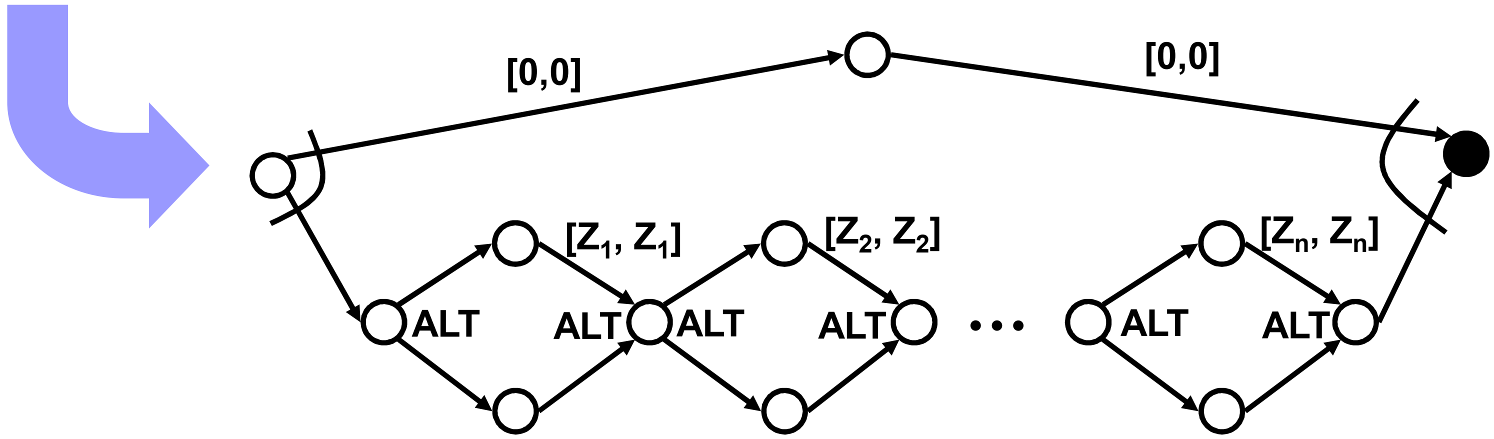
  - **alternativní větvení** (konstruktivní disjunkce)

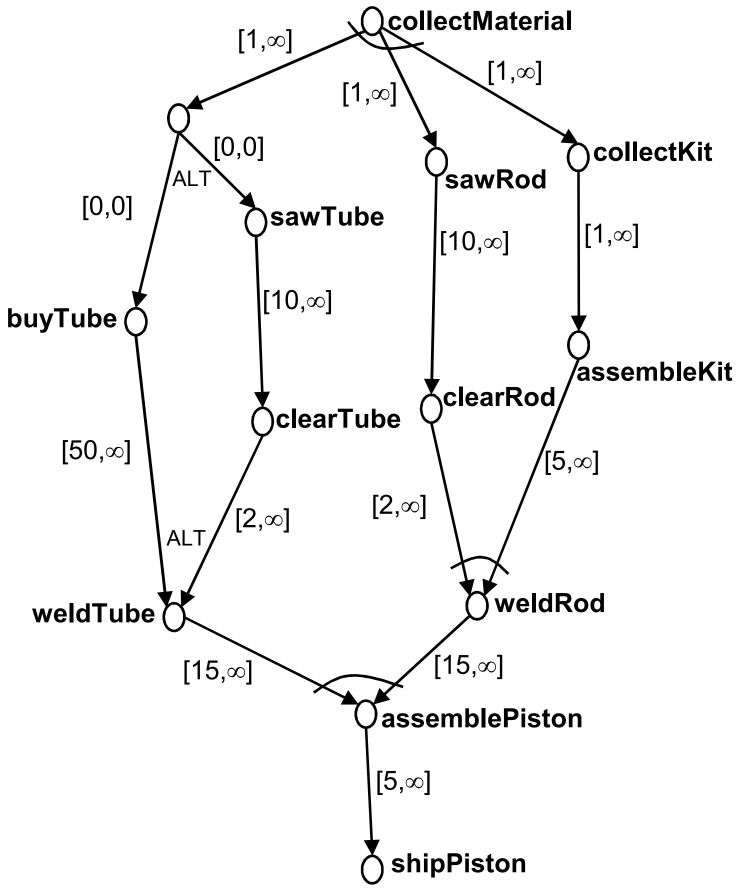


- $d(t_j) \leftarrow d(t_j) \cap \cup_{i=1,\dots,k}\{\, (d(t_{yi}) + \langle a_{yi,x}, b_{yi,x}\rangle) \,\}$ je-li neprázdné
- $d(v_j) \leftarrow d(v_j) \cap \{0\}$ pokud se doména vyprázdní

Složitost problému

- **Je možné polynomiálně získat globální konzistenci temporálních podmínek v zahnízděných sítích?**
- Bohužel, jedná se o **NP-úplný problém** ☹
  - Na problém konzistence temporálních podmínek lze převést **subset sum problém**.
  - Nechť Z_i, i = 1,…,n jsou celá čísla. Existuje podmnožina S z {1,…,n} taková, že $\Sigma_{i \in S} Z_i = 0$?





- Navrhli jsme **formální model alternativních větvení** v precedenčních (temporálních) sítích.
- Vhodný přístup pro **popis (výrobních) procesů**.
- Výběr validních uzlů je obecně **těžký** ale pro **zahnízděné grafy lze řešit polynomiálně**.
- Navrhli jsme **CSP model**, který problém plně popisuje a pro něj jsme udělali silnější filtrační pravidla:
  - globální konzistence pro logické podmínky
  - temporální konzistence je pořád NP-těžká

Temporal Reasoning in Nested Temporal Networks with Alternatives

Roman Barták, Ondřej Čepek, Martin Hejna
Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta

roman.bartak@mff.cuni.cz
http://ktiml.mff.cuni.cz/~bartak